Лекции Заметки

Практика

Эволюционные вычисления

Акира Имада
Брестский государственный технический университет

I. All One Problem

Что такое «All one Problem»?

Предположим, что "1" это хороший ген и "0" плохой ген.

Затем попробуем создать популяцию случайных бинарных хромосом, с фитнесом где количество ген со значением "1" – чем меньше, тем лучше.

1-ое поколение		Промежуточное		Финальное поколение
0111010 ····· 10		1111011 ····· 11		1111111 ····· 11
1100101 ····· 01		1101111 ····· 01		1111111 ····· 11
1011011 ····· 00	→	1111011 ····· 10	→	1111111 ····· 11
⋮		⋮		⋮
0010011 ····· 01		1011111 ····· 11		1111111 ····· 11

Задание 1

1. Создайте 100 случайных двоичных хромосом, каждая состоит из 1000 генов.

2. *Фитнес это количество "1" в одной хромасоме { чем больше тем лучше.*
3. *Выберите 2 хромосомы случайным образом из лучшей половины поколения.*
4. *Создайте дочернюю хромосому с помощью одна-точка-пересечения.*
5. *Воссоздайте у ребенка мутацию с вероятностью 1/1000 = 0.001.*
6. *Повторяйте пункты 2-5 100 раз, создавая следующие поколения.*
7. *Повторять 6 пункт пока значения не перестанут изменяться.*
8. *Предоставить результаты:*

   (1) *Показать лучшие хромосомы в 1ом, промежуточном и финальном поколении.*

   (2) *Показать лучший и средний Фитнесс vs. Поколение.*

Задание 2

1. *Попробуйте улучшить эффективность с помощью:*

   (1) *Изменив частоту мутации, скажем, 0.005, 0.010 · · · .*

   (2) *Увеличив количество поколений, скажем, 200, 300 · · · .*

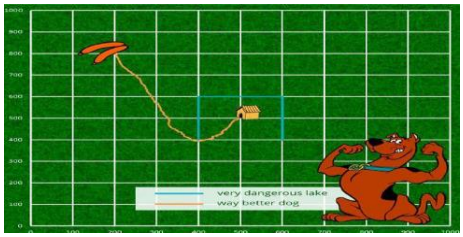
   (3) *Изменив начальное соотношение "1" и "0:", скажем, 600 vs 400, 700 vs 300 · · · .*

2. *Продемонстрировать все успешные результаты.*

II.Счастливая собака (Lucky Dog)

Что такое Lucky Dog Проблема?

Смоделировать одну собаку как хромосому с 1000 генов из 1, 2, 3 или 4.



Из работы Дмитрия Веренича (2015)

Задание 3

1. *Сымитировать 100 собак в сеточном мире (0,0) - (1000,1000) с сосиской в точке (800,800) где все собаки начинают с точки (500,500) искать сосиску по:*

   (1) *Предполагая, что все собаки имеют хромосому, каждая из 1000 генов (1, 2, 3 или 4)*

   (2) *Шаг за шагом двигаясь согласно его/её хромосоме,*

   (3) *с 1, 2, 3, 4 обозначают движение по сторонам вверх, вниз, вправо, влево, соответственно.*

2. *Предоставьте следующие результаты:*

   (1) *Лучший и средний Фитнес vs. Поколение для 5 лучших собак 1ого, промежуточного, и финального поколения.*

   (2) *Маршрут для 5 лучших собак в 1ом, промежуточном, и финальном поколении.*

Задание 4 *Посмотрите, что будет происходить, когда две сосиски в сеточном мире (0,0) - (1000,1000) в точке (200,800) и (800,800).*

III. Минимизировать тестовые функции (Test Functions)

Многомерная тестовая функция

Проблема заключается в минимизации или максимизации п-мерную функцию

$$y = f\,(x_1;\, x_2;\, x_3;\, \cdot\cdot\cdot\,;\, x_n)$$

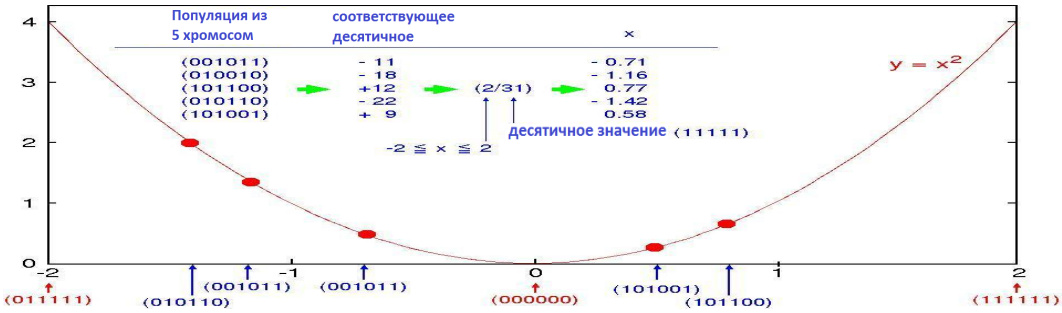
Мы можем использовать хромосомы с n генами реальных значений, таких как $(0{:}32;\, -0{:}51;\, 0{:}48;\, \cdot\cdot\cdot\,;\, -0{:}93)$

Например, минимизировать

$$y = x^2_1 + x^2_1 + x^2_1 + \cdot\cdot\cdot + x^2_{20}$$

Что же тогда насчет 2-D случаев?

Например, $y = x^2$. Тогда, путь используется в 20-D (с реальными значениями 20 ген) не могут быть использованы, так как хромосома только с одним геном с реальным значением больше не имеет смысла. Итак, давайте представим каждый *x* с бинарной хромосомой, как представлено ниже!



(1) 20-Размерная функция Шефела

Задание 5

1. *Минимизировать y следующим образом!*

$$y = x_1 \sin(|x_1|) + x_2 \sin(|x_2|) + \cdots + x_{20} \sin(|x_{20}|)$$

   (1) *Представьте каждый* $x_i (i = 1; \cdots ; 20)$ *как хромосому из 20 генов.*

   (2) *Создайте поколение из 20 хромосом, случайным образом, фитнесом будет y.*

   (3) *Развивать эту популяцию до тех пор, пока фитнес не перестанет меняться.*

2. *Продемонстрировать*

   (1) *График фитнес vs поколение.*

   (2) *Создать поколение из 20 случайных хромосом, где фитнес y.*

   (3) *Развивать эту популяцию до тех пор, пока фитнес не перестанет меняться.*

Советы

Минимизировать У

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \cdots, x_{20}) \quad -1 \leqq x_i \leqq 1$$

$i = (1,2, \ldots, 20)$

С хромосомами такими как

$$(0.54, -0.72, -0.59, \cdots, 3.86)$$

$x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_{20}$ → **Вычислить** y

II

Фитнес

- Создайте популяцию из 20 случайных хромосом (чем меньше фитнес, тем лучше хромосома)
- Развивать поколение пока фитнес меняется

(2) 2-D версия функции Шефела

Задание 6

1. *Минимизировать*

$$y = x \sin(|x|)$$

Следующим способом!

(1) *Представьте значение x с помощью 10-бит бинарных хромосом.*

(2) *Создать популяцию из 20 случайных хромосом, где фитнес y.*

(3) *Развивать популяцию пока фитнес меняется.*

2. *Продемонстрировать:*

(1) *График Фитнес vs Поколение.*

(2) *Все 20 точек (x; y) в 1ом, промежуточном, и финальном поколении.*

Совет

Минимизировать У

$y = f(x) \quad -1 \leqq x \leqq 1$

С бинарными хромосомами такими как

(1 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0)

+ or -

$x = 558/1023 = 0.55$

or

(0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 1)

+ or -

$x = -275/1023 = -0.27$

Вычислить У

II

Фитнес

- Создать поколение из 20 случайных хромосом -> 20 точек (меньше фитнес, лучше хромосома)
- Развивать поколение пока фитнес изменяется
- График 20 точек (x,y) в первом, промежуточном и финальном поколении

(3) 3-D версия функции Шефела

Задание 7 *1. Минимизировать*

$$y = x_1 \sin(|x_1|) + x_2 \sin(|x_2|)$$

следующим способом!

(1) Представьте значения x из 10-бит бинарных хромосом.

(2) Создать поколение из 20 случайных хромосом, фитнесом будет y.

(3) Развивать потомство пока изменяется фитнес.

2. Продемонстрировать

(1) График Фитнес vs Поколение.

(2) Все 20 точек (x; y) в 1ом, промежуточном, и финальном поколении.

Советы

Минимизировать У

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \cdots, x_{20}) \quad -1 \leq x_i \leq 1$$

$i = (1,2, \ldots, 20)$

С хромосомами такими как

$$(0.54, -0.72, -0.59, \cdots, 3.86)$$

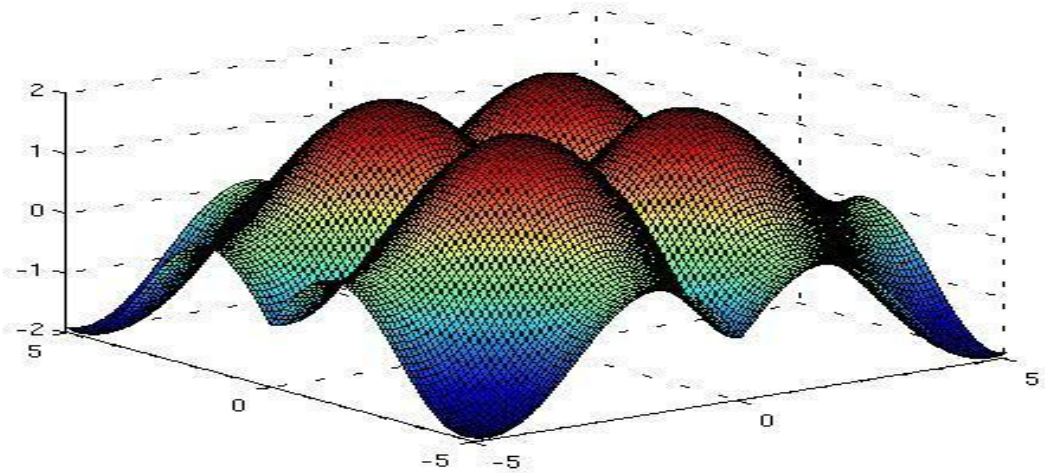
x_1 x_2 x_3 x_{20} → **Вычислить** y

II

Фитнес

- Создать поколение из 20 случайных хромосом (меньше фитнес, лучше хромосома)
- Развивать поколение пока изменяется фитнес.

3-D график функции Шефела, как подсказка



Тем не менее, другие функции тестирования

Функция Растригина

Задание 8.

1. *Минимизировать следующий y в (i) 20-D, (ii) 3-D и (iii) 2-D видах.*

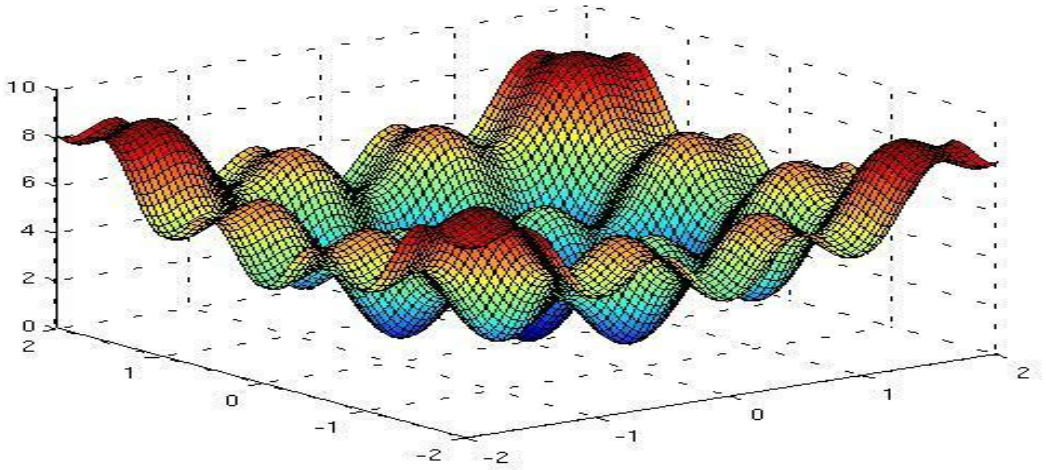
$$y = nA + \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 - A\cos(2\pi x_i))$$

2. *Показать следующие графики в каждом из 3 случаев (i), (ii) и (iii).*

   (1) *График Фитнесс vs Поколения.*

   (2) *Создать популяцию из 20 случайных хромосом, с фитнесом y.*

3-D график функции Растригина, как подсказка



Функция Гриванка

Задание 9

1. Минимизировать следующий y в (i) 20-D, (ii) 3-D and (iii) 2-D видах.

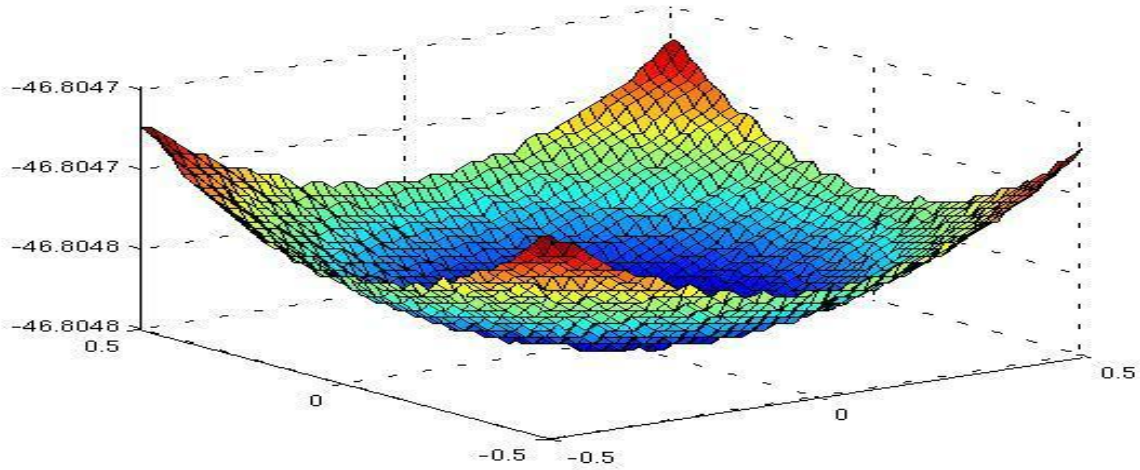
$$y = \sum_{i=1}^{n} x_i^2/4000 - \prod_{i=1}^{n} \cos(x_i/\sqrt{i}) + 1$$

2. Продемонстрировать следующие графики в 3ех случаях (i), (ii) и (iii).

(1) График Фитнес vs Поколение.

(2) Создать популяцию из 20 случайных хромосом, с фитнесом y.

3-D график функции Гриванка, как подсказка



Функция Экли

Задание 10

1. *Минимизировать следующий y в (i) 20-D, (ii) 3-D и (iii) 2-D видах.*

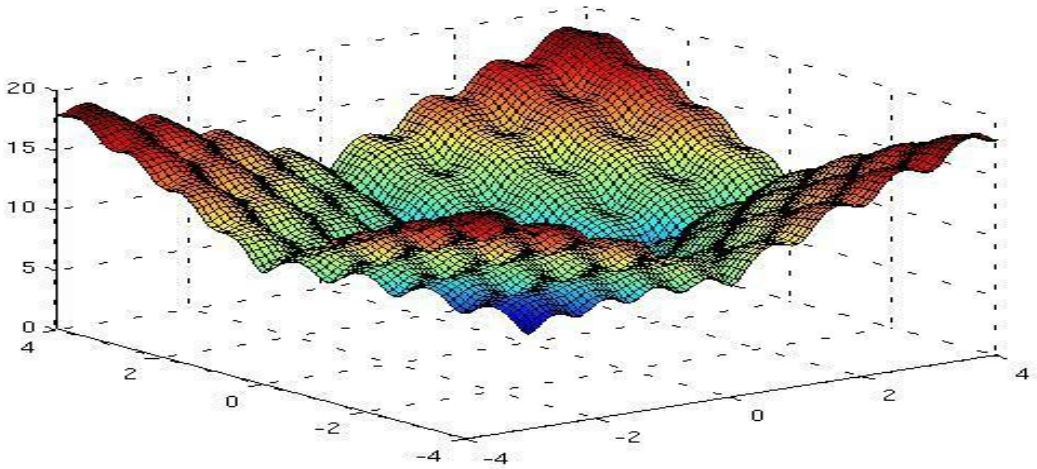
$$y = -20\sum_{i=1}^{n}\exp\left(-0.2\sqrt{x_i^2/n}\right) - \exp\left(\left(\sum_{i=1}^{n}\cos 2\pi x_i\right)/n\right) + 20 + e$$

2. *Продемонстрировать следующие графики в 3ёх случаях (i), (ii) и (iii).*

   (1) *График Фитнес vs Поколение.*

   (2) *Создать популяцию из 20 случайных хромосом, с фитнесом y.*

3-D график функции Экли, как подсказка

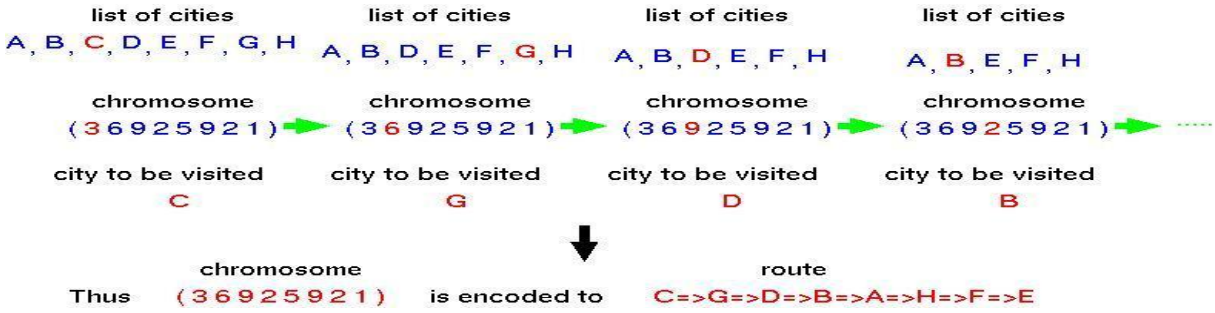


IV. Проблема путешествия менеджера по продажам (Traveling Salesperson Problem (TSP))

Что такое TSP?

Предположим, что менеджер по продажам, начиная с его/её города, должен посетить N городов, каждый из них только один раз, и затем вернуться в город где он/она начал/начала. Проблема заключается в том, чтобы найти минимальную длину такого пути. Реальный пример городов представлен ниже.

Как закодировать хромосому, представляющую один тур?



(1) TSP с 5 случайно расположенными городами

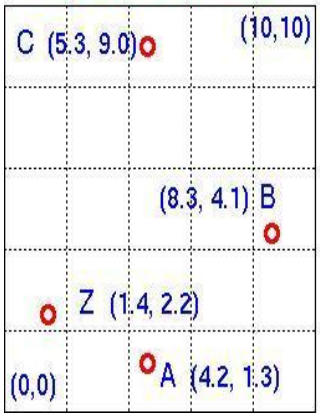
Задание 11

1. *Создать 5 городов Z, A, B, C, D случайным образом в x-y координатах от (0,0) до (10,10). Все A, B, C и D должны быть посещены единожды, начиная от Z и вернувшись в Z.*
2. *Рассчитать матрицу растояний (5×15).*
3. *Найти все возможные пути и рассчитать продолжительность каждого пути*
4. *Применим GA и будем развивать хромосомы, что бы путь был минимальной длинны.*
5. *Продемонстрировать (1) карту с 5 городами, (2) матрицу расстояний, (3) список всех путей с их длинами. (Смотри пример на следующей странице!)*
6. *Также показать*

   (4) *График Фитнес vs Поколение.*

   (5) *Минимальный путь в 1ом, в двух промежуточных, и финальном поколении.*

Карта случайных 4 городов



Матрица расстояний

	Z	A	B	C
Z	0.00			
A	2.94	0.00		
B	7.16	4.96	0.00	
C	7.84	7.78	5.75	0.00

Все возможные пути		Расстояние для каждого пути
Z → A → B → C → Z = 2.94+4.96+5.75+7.84	=	21.49
Z → A → C → B → Z = 2.94+7.78+5.75+7.16	=	23.63
Z → B → A → C → Z = 7.16+4.96+7.78+7.84	=	27.74

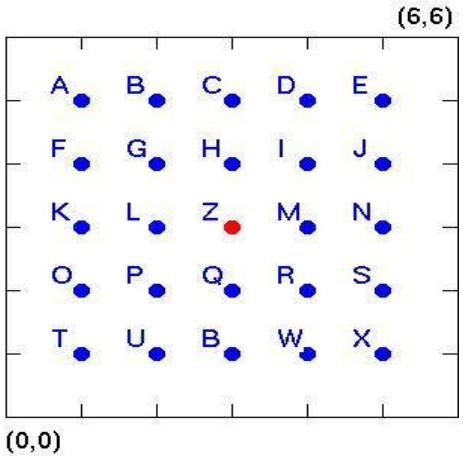
(2) TSP с 25 городами фиксированного расположения

Задание 12

1. *Пусть есть 15 городов, как показано на следующей странице (начиная с Z и возвращаясь в Z).*
2. *Вычислить матрицу расстояний (15×15).*
3. *Применим GA и будем развивать хромосомы, что бы путь был минимальной длинны.*
4. *Так же продемонстрируйте*

   (5) График Фитнес vs Поколение.

   (6) Минимальный путь в 1ом, в двух промежуточных, и финальном поколении.


(6,6)
A B C D E
F G H I J
K L Z M N
O P Q R S
T U B W X
(0,0)

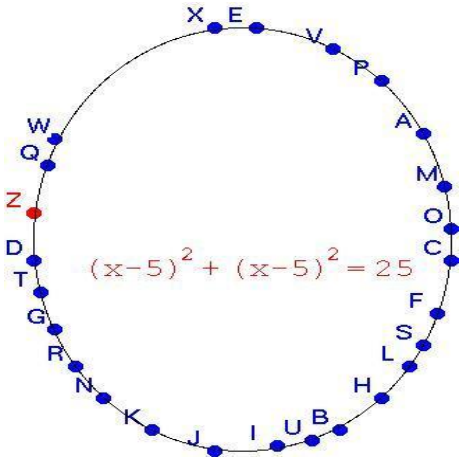
(3) TSP с 15 городами по кругу

Задание 13

1. *Создать 25 городов случайным образом на круге* $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 25$. *Смотри следующую страницу (начиная с Z в вернувшись в Z).*
2. *Вычислить матрицу расстояний (15×15).*
3. *Применим GA и будем развивать хромосомы, что бы путь был минимальной длинны.*
4. *Так же продемонстрируйте*

   (5) *График Фитнес vs Поколение.*

   (6) *Минимальный путь в 1ом, в двух промежуточных, и финальном поколении.*


X
E
V
P
A
M
O
C
F
S
L
H
B
U
I
J
K
N
R
G
T
D
Z
Q
W
$(x-5)^2 + (x-5)^2 = 25$

IV. Что делать, если несколько решений?

(1) Fitness Sharing Algorithm

Максимизация функции 2-D с 2-мя вершинами

Задание 14

1. *Создайте популяцию из 20 бинарных хромосом с 10 генов, каждая из которых представляет собой значение* $x \in [0; 2]$
2. *Предполагая что фитнес* $y = 1 - \sin^2(2x)$, *применим Fitnessg Sharing Algorithm с* $s(d_{ij}) = 1 - (d_{ij} / \sigma)$ *где* $\sigma = 0{:}06$
3. *Продемонстрировать*
   - (4) *График Фитнес vs Поколение.*
   - (5) *20 точек* $(x; y)$ *на графике в 1ом поколении, двух промежуточных поколениях, и финальном поколении.*
   - (6) *Кроме того, таблицу оригинального фитнеса и shared фитнеса для 20 хромосом в вышеуказанных 5 поколениях* *(Смотри следующую страницу).*

generation = N-1

population	x	original fitness	shared fitness
#0			
#1			
#2			
#3			
#4			
#5			
#6			
#7			
#8			
#9			

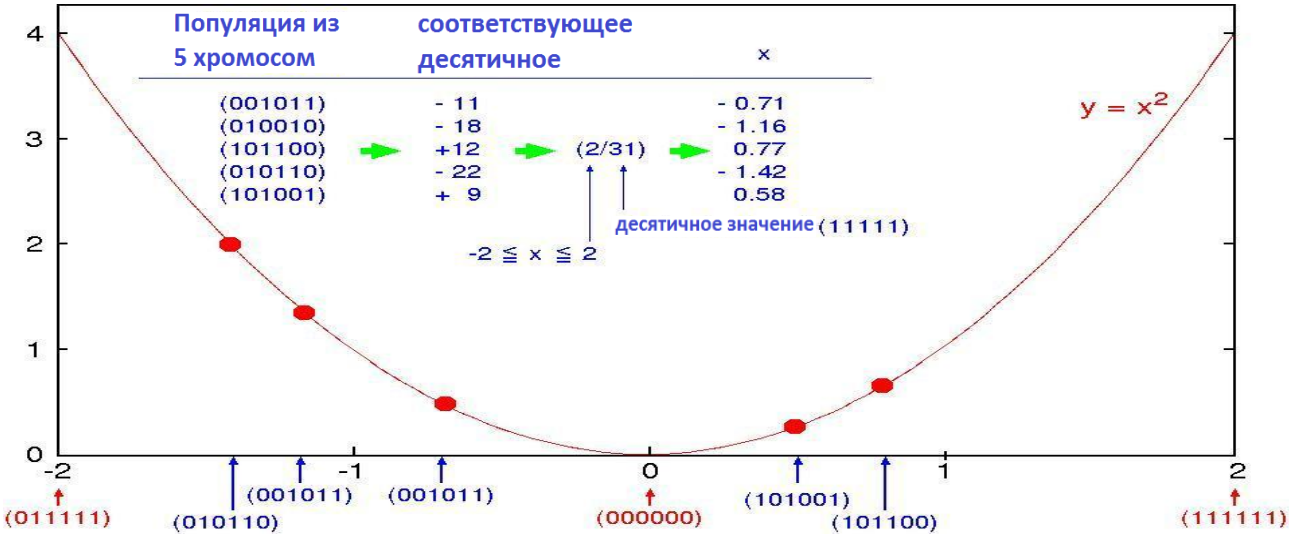
generation = N

population	x	original fitness	shared fitness
e.g.	(101001)=0.29		
#0			
#1			
#2			
#3			
#4			
#5			
#6			
#7			
#8			
#9			

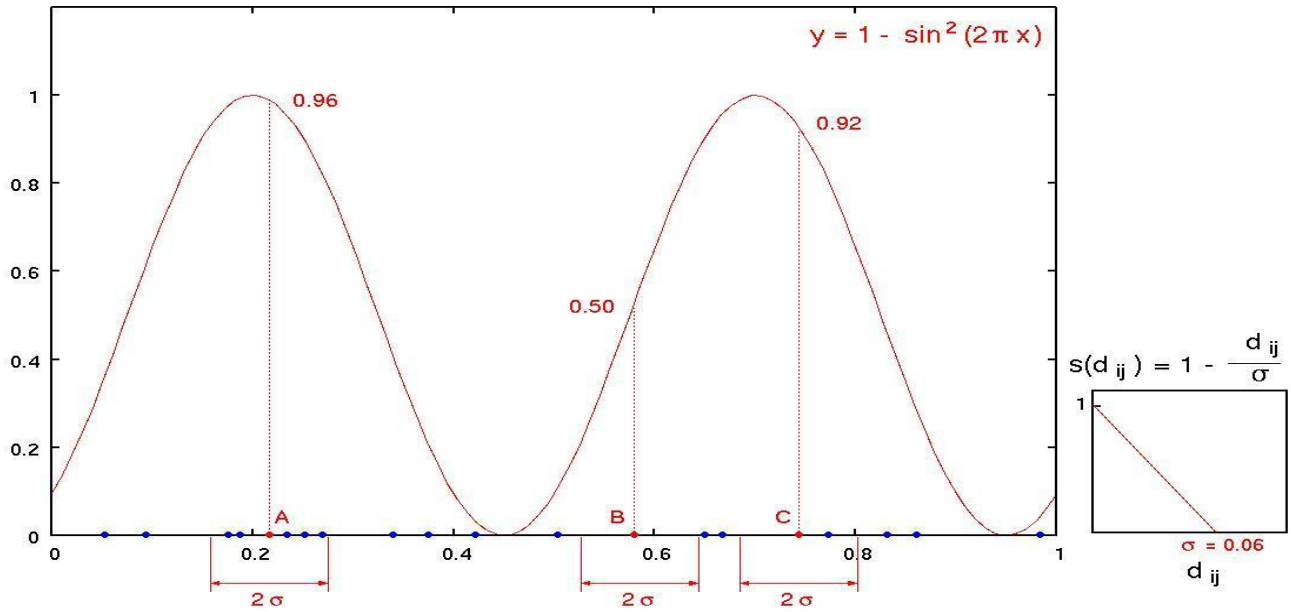
generation = N+1

population	x	original fitness	shared fitness
#0			
#1			
#2			
#3			
#4			
#5			
#6			
#7			
#8			
#9			

Советы


Популяция из 5 хромосом
соответствующее десятичное
x
(001011) - 11 - 0.71
(010010) - 18 - 1.16
(101100) +12 (2/31) 0.77
(010110) - 22 - 1.42
(101001) + 9 0.58
десятичное значение (11111)
-2 ≦ x ≦ 2
y = x²
4
3
2
1
0
-2
-1
0
1
2
(011111)
(010110)
(001011)
(001011)
(000000)
(101001)
(101100)
(111111)

Советы


y = 1 - sin²(2πx)
0.96
0.92
0.50
A
B
C
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
2σ
2σ
2σ
s(d ij) = 1 - d ij / σ
σ = 0.06
d ij

Проблема счастливой собаки с Fithess Sharing Algorithm

Задание 15

1. *Создать популяцию из N хромосом с 1000 ген, каждая из которых имеет значение 1,2,3 или 4. Хромосома представляет 1000 шагов одной собаки.*
2. *Предполагая, что фитнес является {600 – расстояние до ближайшей сосиски}, принять Fitnessg Sharing Algorithm с = 5*
3. *Продемонстрировать*

   (4) *График Фитнес vs Поколение 8ми, с высшим фитнесом, собак.*

   (5) *Маршруты, для 8, с высшим фитнесом, собак в 1ом поколении, два промежуточных поколения, и в финальном поколении.*

   (6) *Кроме того таблицу оригинального фитнеса и shared фитнес для N хромосом в вышеуказанных 5 поколений* *(Смотри следующую страницу).*

Поколение: N-1

population	location	original fitness	shared fitness
#1			
#2			
#3			
#4			
#5			
#6			
#7			
#8			

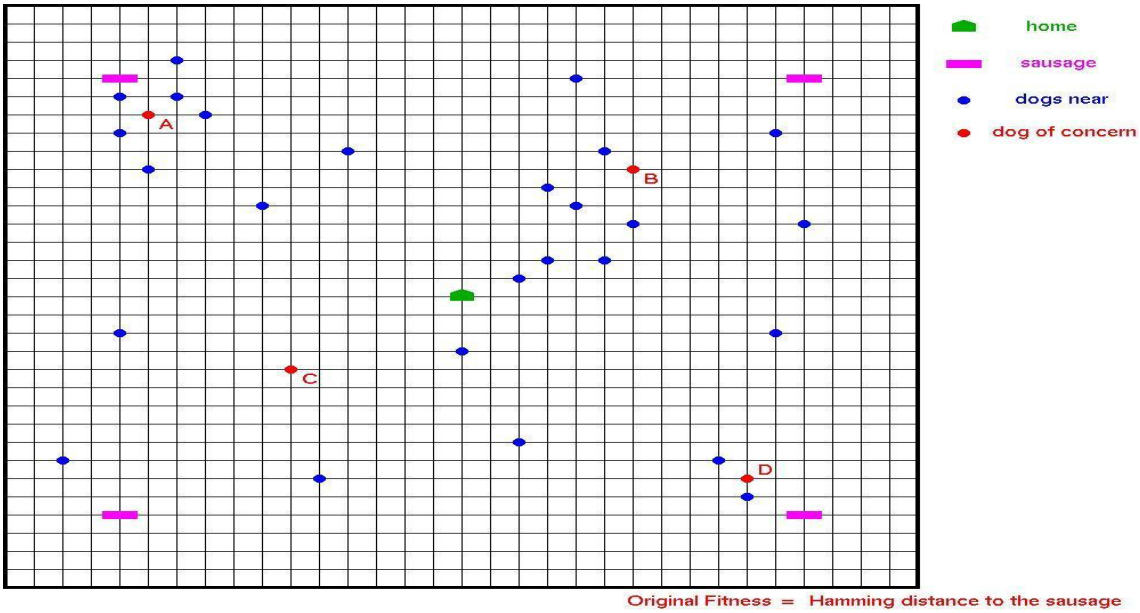
Поколение: N

population	location	original fitness	shared fitness
e.g.	(650, 723)	600 - (150+77) = 378	153.8
#1			
#2			
#3			
#4			
#5			
#6			
#7			
#8			

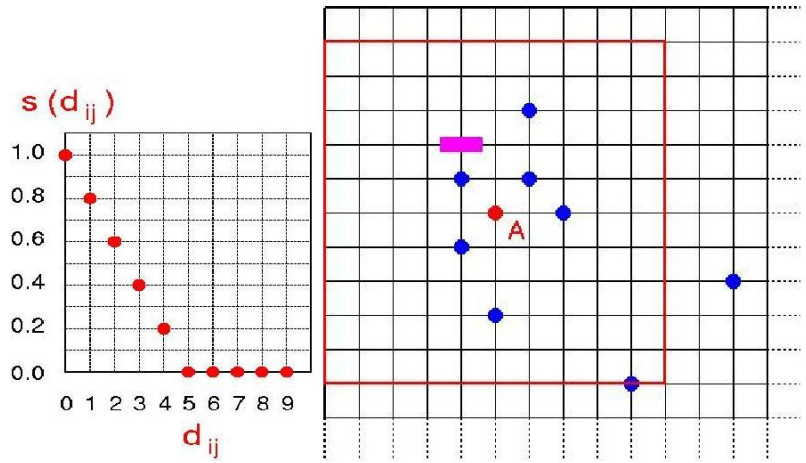
Поколение: N+1

population	location	original fitness	shared fitness
#1			
#2			
#3			
#4			
#5			
#6			
#7			
#8			

Пример того, где эти собаки сейчас.



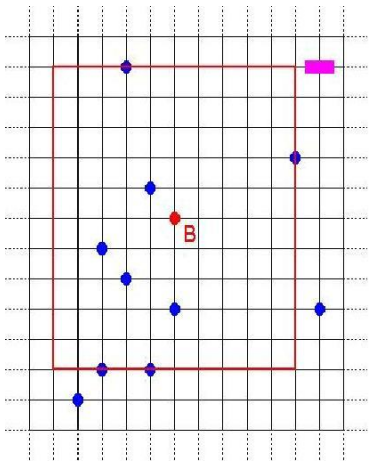
Те собаки, которых собака A должна share



$$F_A = \frac{600 - 3}{1+0.6+0.6+0.6+0.6+0.4+0.2} = \frac{597}{4.0} = 149.2$$

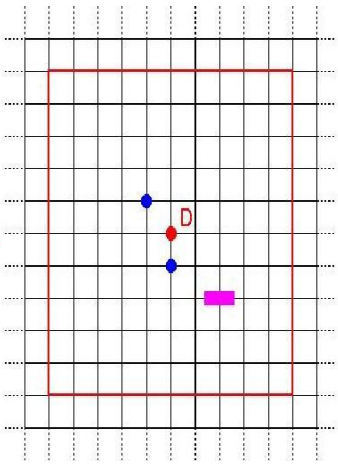
Original fitness 597 is reduced to 149.2 as a result of sharing

Как собака B и D share фитнес?



$$F_B = \frac{600 - 11}{1+0.6+0.4+0.2+0.2} = \frac{589}{2.4} = 245.4$$

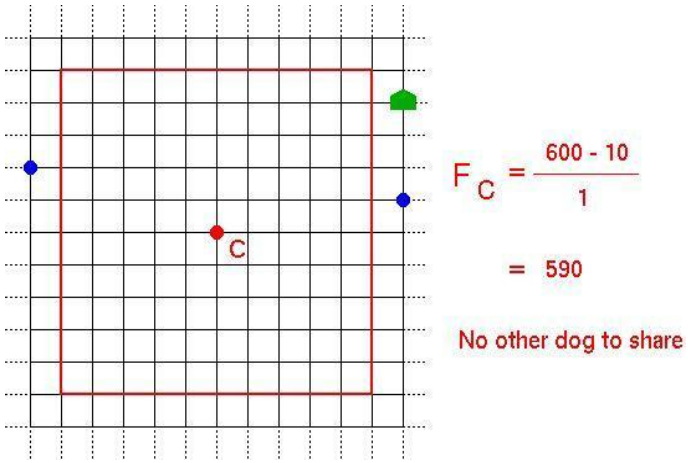
597 => 245.4



$$F_D = \frac{600 - 4}{1+0.8+0.6} = \frac{596}{2.4} = 248.3$$

596 => 248.3

Собака C действительно везучая, поскольку не нужно share



(2) Crowding Algorithm

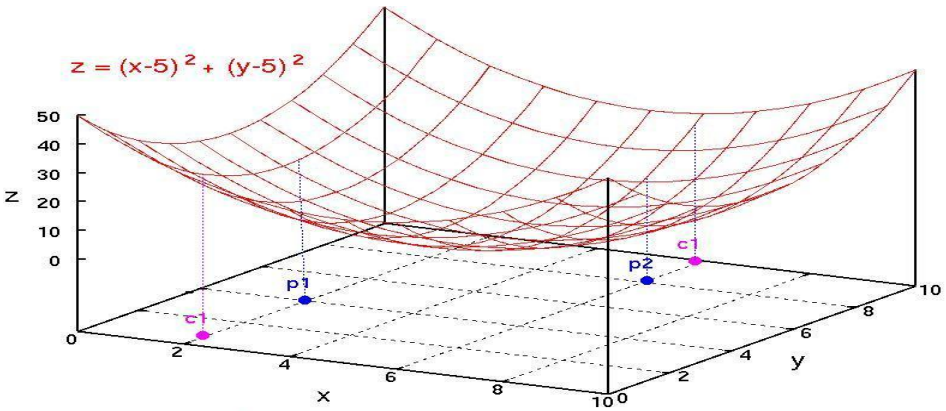
Crowding Algorithm

Алгоритм 1

1. *Выберите 2 родителя,* p_1 *и* p_2*, случайным образом.*
2. *Создайте двух детей,* c'_1 *и* c'_2*.*
4. *Замените родителя с ребенком следующим образом:*

- *IF* $d(p_1; c_1) + d(p_2; c_2) > d(p_1; c_2) + d(p_2; c_1)$
  - ∗ *IF* $f(c_1) > f(p_1)$ *THEN* *поменять* p_1 *с* c_1
  - ∗ *IF* $f(c_2) > f(p_2)$ *THEN* *поменять* p_2 *с* c_2
- *ELSE*
  - ∗ *IF* $f(c_2) > f(p_1)$ *THEN* *поменять* p_1 *с* c_2
  - ∗ *IF* $f(c_1) > f(p_2)$ *THEN* *поменять* p_2 *с* c_1

Смотри пример на следующей странице.



p1 0 0 1 1 0 0 0 | 1 1 0 (1.9, 1.9)
p2 1 0 0 1 1 1 1 | 0 0 1 (6.1, 8.1)

c1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 1 (1.9, 0.3)
c2 1 0 0 1 1 1 1 1 1 0 (6.1, 9.7)

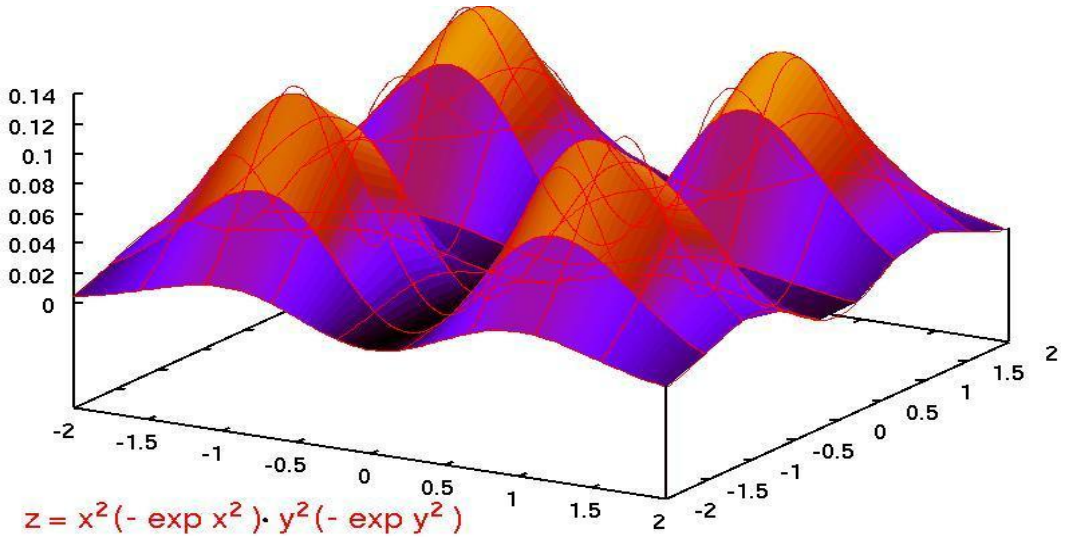
$$d(p1, c1) + d(p2, c2) = \sqrt{(1.9 - 1.9)^2 + (1.9 - 0.3)^2} + \sqrt{(6.1 - 6.1)^2 + (8.1 - 9.7)^2} = 3.20$$

$$d(p1, c2) + d(p2, c1) = \sqrt{(1.9 - 6.1)^2 + (1.9 - 9.7)^2} + \sqrt{(6.1 - 1.9)^2 + (8.1 - 0.3)^2} = 18.23$$

f(p1) = 7.2
f(c2) = 131.3 → replace p1 with c2

f(p2) = 102.8
f(c1) = 3.7 → don't replace

3D с 4-ёх пиковой-функцией



Максимизация функции 3D с Crowding Algorithm

Задание 16

1. *Создать популяцию из 10 бинарных хромосом по 22 гены, каждая из которых представляет одну точку в x − y плоскости* $-2 \le x; y \le 2$.
2. *Фитнес будет значение z, максимизировать z с помощью Crowding Algorithm.*
3. *Продемонстрировать*

   (4) *График Фитнес vs Поколение, повторять развитие пока фитнес не перестанет изменяться.*

   (5) *3D график включает 10 точек на поверхности в 1ом поколении, два промежуточных поколения, и финальное поколение.*

   (6) *Так же таблица, как на следующей странице для вышеуказанных 5 поколений.*

Поколение: N-1 **Поколение:** N **Поколение:** N+1

			Выбранные родители и фитнес	Созданный ребенок и фитнес	d(p1,c1) +d(p2,c2)	d(p1,c2) +d(p2,c1)	Новая Хромосома		
		e.g.	p1: (0011000110) = (1.9,1.9) z=8.26 p2: (1001111001) = (1.9,1.9) z=8.26	c1: (0011000001) = (1.9,0.3) z=8.26 c2: (1001111110) = (6.1,9.7) z=8.26	1.6	8.9	(1001111110) (1001111001)		
#0		#0						#0	
#1		#1						#1	
#2		#2						#2	
#3		#3						#3	
#4		#4						#4	
#5		#5						#5	
#6		#6						#6	
#7		#7						#7	
#8		#8						#8	
#9		#9						#9	

Совет

Пример Максимизации $z = f(x, y)$ $-2 \leqq x, y \leqq 2$

Хромосома (110001011100100010011) → **Координаты точки** (1.10, -0.54)

$x = 11000101110 \rightarrow +558 \times 2 / 1023 = 1.10$

$y = 00100010011 \rightarrow -275 \times 2 / 1023 = -0.54$

V. Что делать, если множественные фитнес функции?

Parate Optimum Solution- Dominate & Rank

Мы сейчас стараемся развить популяцию хромосом, каждая из которых имеет несколько критериев (фитнес). Таким образом, мы не можем сортировать популяцию по фитнесу как раньше (потому что мы имеем несколько фитнесов).

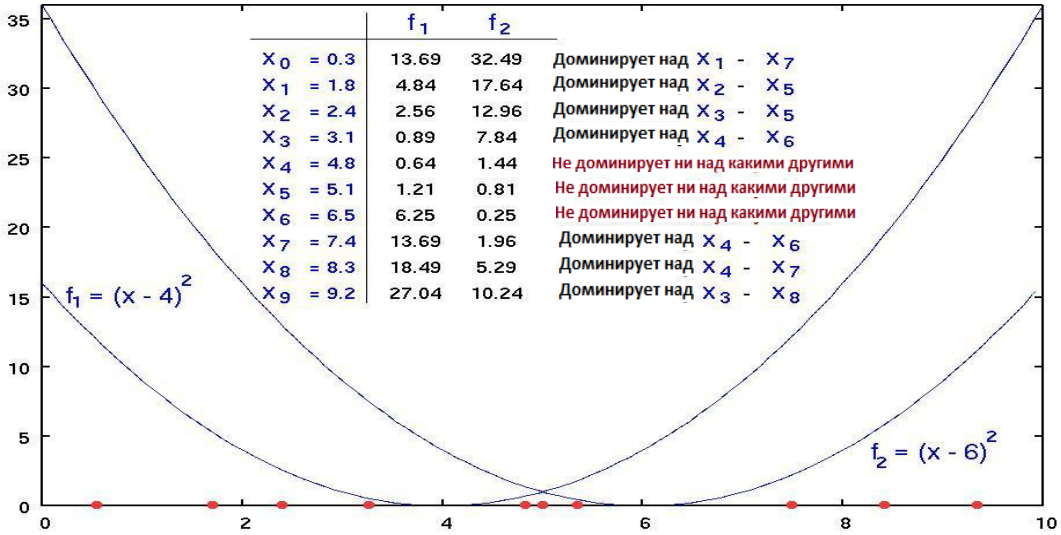
В этой ситуации, когда хромосома A лучше чем хромосома B по всем критериям (фитнесам) это называется A доминирует над B.

Тогда как часто хромосома доминирует над другими в поколении называется ранг.

Мы сортируем популяцию по рангу.

Если хромосома не доминирует над другими в популяции, тогда эта хромосома называется недоминируемое решение or Parate Optimum Solution.

Например



	f_1	f_2	
$x_0 = 0.3$	13.69	32.49	Доминирует над x_1 - x_7
$x_1 = 1.8$	4.84	17.64	Доминирует над x_2 - x_5
$x_2 = 2.4$	2.56	12.96	Доминирует над x_3 - x_5
$x_3 = 3.1$	0.89	7.84	Доминирует над x_4 - x_6
$x_4 = 4.8$	0.64	1.44	Не доминирует ни над какими другими
$x_5 = 5.1$	1.21	0.81	Не доминирует ни над какими другими
$x_6 = 6.5$	6.25	0.25	Не доминирует ни над какими другими
$x_7 = 7.4$	13.69	1.96	Доминирует над x_4 - x_6
$x_8 = 8.3$	18.49	5.29	Доминирует над x_4 - x_7
$x_9 = 9.2$	27.04	10.24	Доминирует над x_3 - x_8

Алгоритм

Алгоритм 2

1. *Инициализировать популяцию.*
2. *Выберете представителей равномерно из популяции.*
3. *Выполните скрещивание и мутацию, что бы создать ребенка.*
4. *Рассчитать ранг для нового ребенка.*
5. *Найдите представителя из всей популяции, который наиболее похож на ребенка. Замените эту особь новым ребенком, если ранг ребенка лучше, или ребенок доминирует над ним.*
   [1]
6. *Обновите ранги популяции, если ребенок был добавлен.*
7. *Выполните шаги 2-6 в соответствии с размером популяции.*
8. *Если критерий остановки не выполняется переходите к шагу 2 и начинайте новое поколение.*

[1]Шаг 5 означает, что новый ребенок добавляется в популяцию, если он доминирует над наиболее похожим индивидуумом, или если он имеет более низкий рейтинг, то есть более низкую степень доминирования.

Ограниченная стратегия замены также представляет собой крайнюю форму элитарности, как единственный способ замены

Например

Задание 17 (Parate Optimal Solutions)

Попробуйте алгоритм, описанный выше, с двумя целевыми функциями $y_1 = (x - 2)^2$ *и* $y_2 = (x - 4)^2$ *следующим образом:*

1. *Создайте 20 10-битных бинарных хромосом, предполагая, что каждая хромосома представляет*

   x-координата колеблется от 0 до 6 с (0000· · · 00) и (1111· · · 11) будет соответствовать 0 и 6, соответственно.

2. *Вычислить* y_1 *и* y_2 *для каждого из 20 x-ов представленных этими 20 хромосомами.*
3. *Создайте таблицу из 5 колонок: (i) хромосома, (ii) её x значение, (iii) её* y_1 *значение, (iv) её* y_2 *значение, (v) как часто они* (y_1, y_2) *доминируют над другими (ранг).*
4. *Изобразите эти 20 точек двумя кривыми (например, красным и синим цветом).*
5. *Создайте следующее поколение применив этот алгоритм для данных 20 хромосом.*
6. *Пока 20 точек отличаются от предыдущего поколения делайте пункты 2-4, иначе остановитесь.*

Предоставьте таблицу и график для первого поколения, двух промежуточных поколений и для финального поколения.

Vi. Iterated Prisonner's Dillenmma

Два игрока играют в Камень Ножницы Бумага

Награда

когда каждый получит

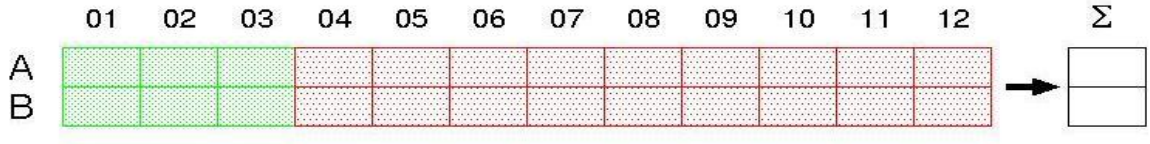
A	B
1	1
1	0
0	1
0	0

→

A	B
1	1
5	0
0	5
3	3

Итерация игры

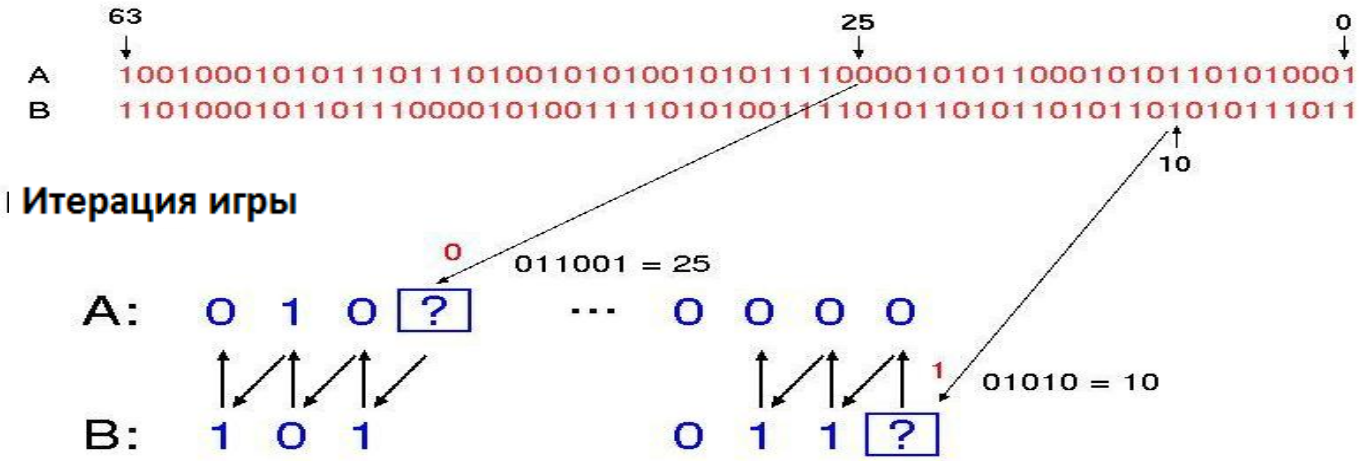
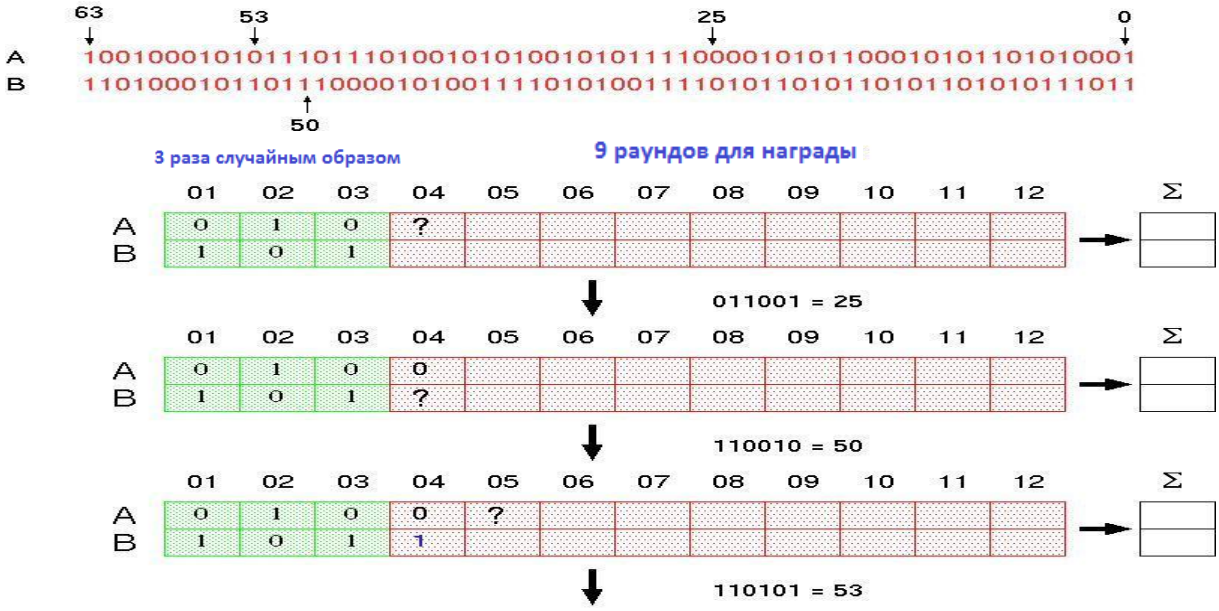
Игра:



Попробуйте: Случайный vs Случайный и Лучший vs Случайный, Всегда-1, Всегда-0, зуб за зуб

Хромосома как стратегия игры

Хромосома



Дальнейшие действия зависят от хромосомы